



Ministério da Educação  
Universidade Federal do Rio Grande do Norte  
Centro de Ciências Exatas e da Terra



Unidade responsável	DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
Código da disciplina	MAT0312
Nome da disciplina	MATEMÁTICA PARA ENGENHARIA II
Carga horária da disciplina	90h
Docentes responsáveis	ÁLVARO FREIRE DAMASCENO MARIO OTÁVIO SALLES ODIRLEI SILVA JESUS
Dias e horários registrados para a turma no SIGAA	246M34, 246M12, M246T56, 246T34 e 246N12

Conteúdo	(Em caso de componente curricular já cadastrado, copie a ementa do SIGAA (na aba Ensino > Consulta > Componentes curriculares))
	<p>UNIDADE I: VETORES CURVAS E SUPERFÍCIES NO ESPAÇO</p> <p>1.1. Coordenadas Cartesianas no Espaço 1.2. Produto Escalar. Normas de um Vetor. Distância entre dois Pontos 1.3. Produto Vetorial. Produto Misto. Volumes de Paralelepípedos. Equações de Planos. Interseção de Planos 1.4. Curvas no Espaço. O Vetor Velocidade e o Vetor Aceleração. Comprimento de Arco. Curvatura. Torção. Triedro de Frenet. Fórmula de Frenet. 15. Espaços Euclidianos a n-dimensões (<math>R_n</math>). Caracterização do <math>R_n</math> como Espaço Vetorial. O Produto Escalar (Produto Interno). Propriedades do Produto Interno. Desigualdades de Cauchy-Schwarz. Norma de um Vetor e Propriedades. Distância entre dois Pontos. Desigualdades Triangular.</p> <p>UNIDADE II: FUNÇÕES DE VÁRIAS VARIÁVEIS</p> <p>2.1. Funções Escalares de Várias Variáveis 2.2. Gráficos de Funções de duas Variáveis, através de nível e das curvas Triangular 2.3. Derivadas Parciais. Derivadas Parciais de Ordem Superior e o Teorema de Schwarz 2.4. Derivada Direcional e Gradiente 2.5. Regra da Cadeia. Superfícies de nível e Plano Tangente 2.6. Funções Vetoriais de Várias Variáveis 2.7. A Diferencial como uma Aplicação Linear.</p> <p>UNIDADE III: FÓRMULA DE TAYLOR MÁXIMOS E MÍNIMOS DE FUNÇÕES DE VÁRIAS VARIÁVEIS</p> <p>3.1. Fórmula de Taylor. Resto de Lagrange e Resto Integral 3.2. Máximos e Mínimos 3.3. Caracterização de Máximos e Mínimos Locais 3.4. Método do Multiplicadores de Lagrange.</p>

	<p>UNIDADE IV: INTEGRAIS MÚLTIPLAS</p> <p>4.1. Somas de Riemann. Propriedades da Integral Múltipla. O Teorema de Fubini. (Integrais Repetidas)</p> <p>4.2. Sistemas de Coordenadas. O Teorema de Mudança de Variável</p> <p>4.3. Coordenadas Polares. Coordenadas Cilíndricas. Coordenadas Esféricas</p> <p>4.4. Integrais Impróprias</p> <p>4.5. Cálculo de Áreas. Volumes. Massas. Cargas Elétricas. Centro de Massa. Momento de Inércia. Etc.</p> <p>UNIDADE V: INTEGRAIS DE LINHA</p> <p>5.1. Curvas Parametrizadas. Arcos. Definição e Propriedades da Integral de Linha. Trabalho</p> <p>5.2. Regiões Planas. Teorema de Green.</p> <p>5.3. Campos Gradientes. Potenciais. Independência do Caminho. Teorema de Conservação de Energia Mecânica</p> <p>5.4. Divergente e Rotacional de um Espaço Vetorial</p> <p>5.5. Formas Fechadas e Formas Exatas.</p> <p>UNIDADE VI: TEOREMA DA DIVERGÊNCIA E DE STOKES</p> <p>6.1. Superfícies no Espaço. Parametrizações de Superfícies. Superfícies Regulares. Campo normal a uma Superfície Regular</p> <p>6.2. Integrais de Superfícies. Áreas de Superfícies. Fluxos através de Superfícies</p> <p>6.3. Teorema da Divergência e Aplicações</p> <p>6.5. Teorema de Stokes e Aplicações.</p>
--	--

<b>Metodologia</b>	<p>(Descrição de como a disciplina será desenvolvida, especificando-se as técnicas de ensino a serem utilizadas)</p> <p>Para as aulas que serão desenvolvidas por meio de comunicação síncrona utilizaremos o aplicativo <i>Google Meet</i> para apresentação rápida de conteúdos, discussões ou apresentação de trabalhos. Para a comunicação e atividades assíncrona utilizaremos o SIGAA, mais especificamente as funcionalidades: tópicos de conteúdos; materiais digitais impressos, vídeos, entre outros recursos; proposta de tarefas on-line e off-line com ou sem anexação de arquivos; questionários on-line; fóruns e enquetes. Usaremos também outras plataformas que constam nas referências. Eventualmente poderemos trabalhar com outras que por ventura sejam adequadas as atividades propostas.</p> <p>Uma observação, quanto ao suporte tecnológico, é a necessidade de acesso a <i>smartphone</i>, computador com câmera ou tablete com acesso à internet e aplicativos que permitam, por exemplo, escanear as atividades avaliativas e a edição de vídeos e escanear material.</p> <p>A principio a maioria das aulas serão síncronas, isto é, o professor irá comparecer de forma online, no horário da turma, porém as atividades não serão na forma de aulas expositivas. Usaremos diversas técnicas de aulas ativas onde o aluno terá uma posição central no processo de aprendizado.</p>
--------------------	---

Entre as técnicas que usaremos no ensino remoto temos a de Aprendizagem Baseada em Problemas (ABP) e a de Aulas invertidas (flipped classroom).

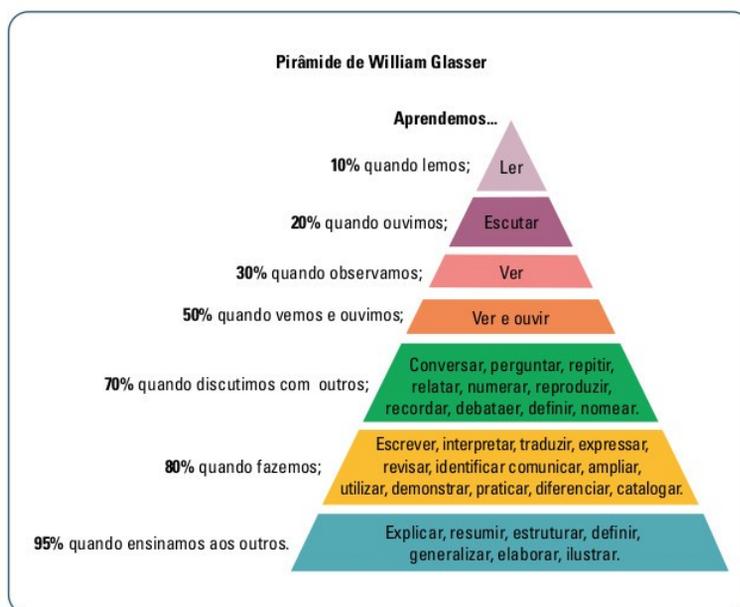
A técnica de Aprendizagem Baseada em Problemas (ABP), tem como características:

- O aluno tem consciência da própria aprendizagem.
- Centrada no aluno.
- Formação de grupos para a solução do problema.
- Conhecimentos novos adquiridos através de autoaprendizagem.

Na Aprendizagem Baseada em Problemas (ABP) os estudantes, em grupo, serão expostos a problemas que envolverão os conceitos da disciplina, de forma central ou paralela, de tal forma que estes assumem uma importante responsabilidade pelas suas próprias instruções e aprendizagens. Assim o aprendizado ocorre dentro do contexto de pequenos grupos em vez de exposições por parte do professor.

Entre as vantagens desta técnica temos:

- Facilidade na integração dos conhecimentos.
- Desenvolvimento de competências (de autonomia, resolução de problemas, responsabilidade, trabalho em equipe, comunicação, pensamento crítico, relação entre teoria e prática, entre outras).
- Aprendizagem significativa.
- Diminuição da fragmentação do conhecimento



Na técnica de “sala de aula invertida” (flipped classroom) propõe aulas menos expositivas, mais produtivas e participativas, capazes de engajar os alunos no conteúdo e melhor utilizar o tempo e o conhecimento do professor. As atividades serão realizadas em três etapas:

- a) O material de apoio (texto, vídeos, slides, etc) será liberado no SIGAA previamente para que o aluno prepare-se antecipadamente para aula síncrona.

	<p>b) No início da aula síncrona o aluno realizará uma pré-avaliação em alguma das plataformas disponíveis (Multiprovas, Multiteste, Questionário do SIGAA)</p> <p>c) atividades de aprendizagem interativas em grupo em aula síncrona.</p> <p>e Isso implica em não usar o tempo em sala para ministrar aulas expositivas. Como antes da aula, o estudante teve contato com o conteúdo, por meio de recursos como vídeos, simulações, textos, por exemplo, o tempo na escola é usado para aprofundar conceitos, tirar dúvidas e realizar exercícios e atividades práticas. Neste aspecto a participação dos Monitores é fundamental.</p>
--	---

<b>Procedimentos de avaliação da aprendizagem</b>	(Descrição dos instrumentos e critérios a serem utilizados para a verificação da aprendizagem)
	<p>Os alunos serão avaliados por meio de:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>a) envio de arquivos no SIGAA com prazos determinados;</li> <li>b) atividades na forma de questionários, feitos no SIGAA;</li> <li>c) atividades elaborados no Multiprovas e Miniteste;</li> <li>d) em outras plataformas definidas nas referências;</li> <li>e) provas realizadas remotamente.</li> </ul> <p>As atividades realizadas em cada unidade serão estruturadas em função da prática pedagógica que deseja-se avaliar.</p> <p>Para as atividades propostas no Aprendizado Baseado em Problemas, teremos em cada unidade tomaremos a nota das duas maiores atividades (<math>ABP_{ij}</math>, <math>i=1,2,3</math> e <math>j=1,2</math>), cada uma valendo um ponto. As avaliações destas atividades serão feitas a partir de material disponibilizado no SIGAA e um vídeo individual explicando a solução do problema proposto. Os Monitores poderão ajudar nesta etapa.</p> <p>As avaliações das atividades (<math>A_{ij}</math>, <math>i,j=1,2,3</math>) realizadas nas práticas das aulas invertidas, será feito antes das aulas síncronas. Nas aulas invertidas teremos pelo menos quatro atividades de avaliação que serão realizadas antes das atividades. A soma de todas as atividades valerá dois pontos. Estas avaliações serão feitas via formulários online e SIGAA, de sorte que não será necessário a interferência dos professores e Monitores na correção.</p> <p>As três provas (<math>P_i</math>) de avaliação serão compostas das seguintes etapas:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>1. Os alunos farão individualmente uma prova com consulta cobrindo tópicos da unidade, fazendo upload no SIGAA;</li> <li>2. Organizados em grupos de três à cinco alunos farão a correção das próprias provas, analisando os erros e</li> </ul>

	<p>apresentando a nota desta prova. Da mesma forma, farão upload desta prova no SIGAA;</p> <p>3. O aluno deverá, individualmente, elaborar um vídeo argumentando sobre a correção de cada questão. Estes vídeos devem ser curtos, com no máximo três minutos para cada questão corrigida e serão postados em um canal no Youtube, além de anexados no SIGAA.</p> <p>4. O professor ao final discutirá as avaliações coletivamente e, se considerar necessário, poderá discutir a avaliação individualmente.</p> <p>O cálculo da média final será a média da nota das três unidades. A nota de cada unidade (<math>N_i</math>, <math>i=1,2,3</math>) será calculada multiplicando por 0,5 na nota da prova da unidade (<math>P_i</math>) e somando a nota das atividades (<math>A_i</math>). Esta última, nota das atividades (<math>A_i</math>), será determinada somando as duas maiores notas das atividades dadas na proposta de Aprendizado Baseada e Problemas (ABP), com as notas das quatro pré-avaliações, ou seja</p> $N_i = 0,5 P_i + A_i$ <p>onde</p> $A_i = ABP_{i1} + ABP_{i2} + PA_{i1} + PA_{i2} + PA_{i3} + PA_{i4}$ <p>No caso de alguma das notas <math>P_i</math> for menor que 3,0 o aluno deverá fazer uma prova de reposição elaborada especificamente para cobrir o conteúdo do tópico correspondente.</p> <p>Observemos que todos os critérios de avaliação serão discutidos com os alunos e estarão sujeitos a mudanças de comum acordo.</p>
--	---

<p><b>Cronogram a e critérios para a realização das atividades e validação da assiduidade dos discentes</b></p>	<p>(Detalhamento das atividades com os critérios de validação da assiduidade dos discentes. De acordo com parágrafo 4º do Art. 3º da RESOLUÇÃO 031/2020 CONSEPE, de 16 de julho de 2020: "A frequência e a participação dos discentes serão verificadas de acordo com o acompanhamento das atividades propostas, conforme plano de curso."</p> <p>A validação da assiduidade em cada unidade será determinada respeitando a proporcionalidade na participação do aluno nas atividades indicadas, incluindo as atividades síncronas e assíncronas, como por exemplo os questionários no SIGAA, atividades em grupos e provas individuais.</p>
---	--

<p><b>Detalhamento dos recursos didáticos a</b></p>	<p>(Recursos a serem utilizados para o desenvolvimento dos conteúdos)</p> <p>Os recursos didáticos a serem utilizados serão diversos, mas com finalidades específicas.</p> <p>Usando a proposta de aulas invertidas, os alunos terão o primeiro</p>
---	---

serem utilizados	<p>contato com o conteúdo antes da aula síncrona correspondente. Este contato será feito através de alguns recursos:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Vídeos curtos disponíveis no Youtube ou em alguma das plataformas indicadas na bibliografia.</li> <li>• Vídeos elaborados por professores da UFRN ou por Monitores</li> <li>• Slides elaborados por professores;</li> <li>• Slides disponibilizados pelas editoras de parte da bibliografia</li> <li>• Parte extraídas dos livros da bibliografia.</li> </ul>
------------------	---

<b>Datas e horários das atividades síncronas</b>	<p>(Atividade síncrona não é obrigatória. De acordo com parágrafo 2º do Art. 3º da RESOLUÇÃO 031/2020 CONSEPE, de 16 de julho de 2020 "as atividades de interação online síncronas com os discentes, previstas nos planos de curso, os docentes deverão respeitar os dias e horários registrados para a turma no SIGAA."</p> <p><b>De 24/08/2020 à 31/08/2020</b> Avaliação diagnóstica e plano de aula.</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Os alunos farão individualmente uma prova diagnóstica, com consulta, cobrindo tópicos de Cálculo I e Geometria analítica, fazendo upload no SIGAA;</li> <li>2. Organizados em grupos de três à cinco alunos farão a correção das próprias provas, analisando os erros e apresentando a nota desta prova. Da mesma forma, farão upload no SIGAA;</li> <li>3. O aluno terá uma semana para, individualmente, elaborar um vídeo argumentando sobre a correção de cada questão. Estes vídeos devem ser curtos, com no máximo três minutos para cada questão corrigida e serão postados em um canal no Youtube, além de anexados no SIGAA.</li> <li>4. O professor ao final discutirá as avaliações coletivamente e, se considerar necessário, poderá discutir a avaliação individualmente.</li> <li>5. Apresentação do plano de aula e da dinâmica das aulas.</li> </ol> <p><b>De 31/08/2020 à 11/09/2020</b> Espaços Vetoriais e Limite de Funções Escalares de Várias Variáveis.</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Espaços Vetoriais</li> <li>2. Produto Vetorial. Produto Misto</li> <li>3. Curvas no Espaço. O Vetor Velocidade. Vetor Aceleração. Curvatura. Derivação e integração de curvas.</li> <li>4. Comprimento de Arco. Triedro de Frenet.</li> <li>5. Quádricas</li> <li>6. Gráficos de Funções de duas Variáveis através das curvas nível.</li> <li>7. Funções Escalares de Várias Variáveis. Gráficos de Funções de duas Variáveis através das curvas nível.</li> <li>8. Limites e continuidade de funções de várias variáveis.</li> </ol> <p><b>De 14/09/2020 à 25/09/2020</b> Derivadas parciais e vetor gradiente.</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Derivadas parciais e direcionais</li> <li>2. Derivadas de ordem superior e Teorema de Schwartz</li> <li>3. Vetor gradiente: o diferencial como uma Aplicação Linear.</li> <li>4. Regra da Cadeia</li> <li>5. Aplicações da regra da Cadeia: Superfícies de nível e Plano Tangente</li> <li>6. Multiplicadores de Lagrange</li> </ol> <p><b>De 28/09/2020 à 09/10/2020</b> Polinômio de Taylor e Máximos e Mínimos.</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Séries de Taylor: Resto de Lagrange e Resto Integral</li> <li>2. Matriz hessiana. Fórmula de Taylor para Funções de Várias Variáveis</li> </ol>
--	---

	<p>3. Máximo e Mínimo</p> <p>10/10/2020 à 12/10/2020 PRIMEIRA AVALIAÇÃO, correção da prova e envio de vídeo da prova.</p> <p>12/10/2020 à 23/10/2020 Integrais Múltiplas e Integrais impróprias.</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Integrais de superfície e Propriedades da Integral Múltiplas.</li> <li>2. Cálculo de Área (integral dupla) e Volumes (integral tripla)</li> <li>3. O Teorema de Mudança de Variável: <ol style="list-style-type: none"> <li>a. Coordenadas Polares. Coordenadas Cilíndricas.</li> <li>b. Coordenadas Cilíndricas Coordenadas Esféricas</li> </ol> </li> <li>4. Integrais impróprias - Aplicações</li> </ol> <p>26/10/2020 a 06/11/2020 Teorema de Fubini e Integral de Linhas:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Teorema de Fubini. (Integrais Interadas)</li> <li>2. Campos Conservativos</li> <li>3. Campo Vetorial e Integral de Linha</li> <li>4. Teorema Fundamental do Cálculo: Integrais de Linha</li> <li>5. Aplicações de Integral de Linha: Trabalho</li> </ol> <p>07/11/2020 à 09/11/2020 SEGUNDA AVALIAÇÃO, correção da prova e envio de vídeo da prova.</p> <p>09/11/2020 à 20/11/2020 Teorema de Green e Aplicações. Integrais de Superfícies de campos vetoriais:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>a) Teorema de Green</li> <li>b) Teorema de Green - Aplicações</li> <li>c) Parametrização de superfícies</li> <li>d) Integrais de Superfícies e mudança de parametrização.</li> <li>e) Integrais de superfícies de campos vetoriais</li> </ol> <p>23/11/2020 e 04/12/2020 Teorema de Stokes. Teorema da Divergência. Aplicações</p> <p>05/12/2020 à 07/12/2020 TERCEIRA AVALIAÇÃO, correção da prova e envio de vídeo da prova.</p> <p>09/12/2020 à 11/12/2020 PROVAS de reposição.</p> <p>12/12/2020      Divulgação dos resultados finais</p>
--	---

<b>Referências</b>	<p>De acordo com o Art. 5º da RESOLUÇÃO 031/2020 CONSEPE, de 16 de julho de 2020: “Os materiais didáticos deverão ser disponibilizados pelos docentes durante todo o período, considerando as limitações das condições de isolamento social impostas pela pandemia da COVID-19.”</p> <p>Entre alguns livros considerados na bibliografia temos</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• PISKUNOV, N. S. <b>Calculo diferencial e integral</b>. 12. ed. Porto: Lopes da Silva, 1988. 516p.</li> <li>• STEWART, James. <b>Cálculo</b>. São Paulo: Cengage Learning, c2014. 2 v. ISBN: 9788522112586, 9788522112593.</li> <li>• GUIDORIZZI, Hamilton Luiz. <b>Um curso de cálculo</b>. 5. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2001. 4v. ISBN: 9788521612599, 852161330, 9788521612803.</li> <li>• APOSTOL, Tom M. <b>Calculus</b>. 2nd. ed. New York: John Wiley,</li> </ul>
--------------------	--

1967-69. 2v. ISBN: 97804710000511.

- SIMMONS, George Finlay. **Cálculo com geometria analítica**. São Paulo: McGraw-Hill, 1987. 2 v. ISBN: 9780074504116, 9780074504118.

Uma plataforma virtual que também faz parte das referências desta disciplina é o Khan Academy. Ele oferece exercícios, vídeos educativos e um painel de aprendizado personalizado que habilita os alunos a estudarem no seu próprio ritmo, dentro e fora da sala de aula. Abordam matemática, ciência, computação, história, história da arte, economia e muito mais, inclusive conteúdo do Ensino Fundamental e Médio e preparação para testes (SAT, Praxis, LSAT). O foco é o domínio de habilidades para ajudar os alunos a estabelecerem bases sólidas, de maneira a não limitar seu aprendizado subsequente. A plataforma pode ser acessada pelo link:

<https://pt.khanacademy.org/>

São inúmeras as iniciativas de instituições para a produção e disponibilização de REAs no Brasil e no mundo. A seguir, estão listadas algumas dessas iniciativas (fonte: Ensino remoto emergencial: orientações básicas para elaboração de plano de aula).

- eduCapes Repositório Educacional Digital da Capes de recursos abertos, cujo acervo dispõe de laboratórios remotos e virtuais, jogos educacionais, e-books, videoaulas, e quaisquer outros materiais de pesquisa e ensino, desde que sejam licenciados de maneira aberta ou estejam sob domínio público e sejam oriundos do Sistema Universidade Aberta do Brasil (UAB) ou ainda de parcerias com outras instituições, nacionais e internacionais. O referido repositório pode ser acessado tanto por alunos como por profissionais de educação básica, graduação e pós-graduação pelo link: <https://educapes.capes.gov.br>

- Plataforma Aprendizagem Aberta Essa plataforma tem o objetivo de facilitar e inovar no uso das tecnologias para a aprendizagem de formas diferentes e em sintonia com as práticas da sociedade moderna e conectada. Permite criação, armazenamento e compartilhamento, por meio de licenças de autoria escolhidas não só pelos seus autores mas também por todos os usuários, com o uso de licenças flexíveis, ampliando, assim, a base de recursos educacionais abertos. Seu acesso é pelo link: <https://www.aprendizagemaberta.com.br>

- Banco Internacional de Objetos Educacionais (BIOE)O Banco Internacional de Objetos Educacionais (BIOE) é um portal de recursos didáticos disponíveis para todos os níveis de ensino. É uma iniciativa do Ministério da Educação em parceria com o Ministério de Ciência e Tecnologia, com a Rede Latino-americana de Portais Educacionais (RELPE), com a Organização dos Estados Ibero-americanos, entre outras instituições. Nele, estão disponíveis recursos digitais abertos, elaborados em diversos formatos, como imagens, mapas, áudio, vídeos, simulações. O acesso ao BIOE é pelo link: <http://objetoseducacionais.mec.gov.br/#/inicio>

- MIT Opencourseware É um portal do Massachusetts Institute of Technology (MIT) que dispõe de materiais de ensino com licença aberta para livre adaptação e uso. Contém conteúdo educacional de nível

<p>superior em formato digital, em todas as áreas do conhecimento. O acesso é pelo link:  <a href="https://ocw.mit.edu/index.htm">https://ocw.mit.edu/index.htm</a></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Repositório Aberto da UNIVERSIDADE AbERTA de PORTUGALO repositório institucional da UNIVERSIDADE AbERTA (UAb) de Portugal disponibiliza, além de publicações científicas da Universidade, o acesso a recursos educacionais abertos produzidos pela instituição, visando potencializar a criação de novos recursos educativos e acessíveis a todos. Acesso pelo link:  <a href="https://repositorioaberto.uab.pt/">https://repositorioaberto.uab.pt/</a></li> </ul> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Alguns canais e sites de Universidades brasileiras: <ul style="list-style-type: none"> <li>a) Univesp no Youtube:  <a href="https://www.youtube.com/channel/UCBL2tfrwhEhX52Dze_aO3zA">https://www.youtube.com/channel/UCBL2tfrwhEhX52Dze_aO3zA</a></li> <li>b) Portal e-aulas USP:  <a href="http://eaulas.usp.br/portal/home">http://eaulas.usp.br/portal/home</a></li> <li>c) Site do departamento de Matemática da UNICAMP:  <a href="https://cursos.ime.unicamp.br/disciplinas/calculo/">https://cursos.ime.unicamp.br/disciplinas/calculo/</a></li> </ul> </li> </ul> <p>Ferramentas para avaliação:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>a) Multiprovas:  <a href="https://multiprova.ufrn.br">https://multiprova.ufrn.br</a></li> <li>b) Miniteste  <a href="https://miniteste.ect.ufrn.br/">https://miniteste.ect.ufrn.br/</a></li> </ul>
--

<p><b>Informações adicionais:</b></p>	<p>(Se quiser, acrescente informações relevantes sobre o seu Plano de Curso e o desenvolvimento do componente curricular)</p> <p style="text-align: center;">Insira as informações aqui.</p>
---------------------------------------	--